

INTRODUCTION A LA THEORIE DU MONOPÔLE MAGNETIQUE

De G. LOCHAK

“ The idea of the existence of a Magnetic Monopôle is so necessary for the beauty of nature that God cannot possibly have failed to think about it.”

G.L.

Pr. Abdallah ALAOUI

I - Quelques repères historiques

- 1873 : Maxwell introduit la notion de charges magnétiques obéissant à la loi de Coulomb et formant un courant magnétique engendré par un vecteur axial.
- 1894 : Pierre Curie, en partant des lois de symétrie dans les phénomènes physiques, introduit la possibilité d'existence du magnétisme libre et de la conductibilité magnétique.
- 1931 : Dirac a montré que si un centre Coulombien interagit avec un monopôle magnétique de charge g , on a la relation, dite condition de Dirac :

e : Charge de l'électron
 c : Vitesse de la lumière
 n : Entier

$$\frac{eg}{hc} = \frac{n}{2}$$

- 1974 : t Hoft et Poliakov montrent que certaines jauges des Théories de Grande Unification (TGU) imposent l'existence de monopôles magnétiques doués d'une masse de 10^{16} Gev/ c^2
- 1983 : G. Lochak propose, en partant de l'équation de Dirac de l'électron, une équation du monopôle magnétique conforme aux lois de symétrie de Curie. Il s'agit alors d'une particule de masse nulle, ayant un caractère de fermion et susceptible d'intervenir dans des interactions faibles.

II- De l'équation de Dirac à l'équation du monopôle magnétique

L'équation de Dirac :

$$\gamma_\mu \partial_\mu \psi + \frac{m_0 c}{\hbar} \psi = 0 \quad (1)$$

ou γ_μ : matrices de Dirac $\mu = \{1, \dots, 4\}$, m_0 : masse .

admet deux invariances de jauge locales et deux seulement.

- 1- La première est obtenue à partir de l'invariance de phase : $\psi \rightarrow e^{i\theta} \psi$ où θ est une constante. Elle assure la conservation de l'électricité et permet d'introduire dans (1) une dérivée covariante et une jauge locale.

$$\nabla_\mu = \partial_\mu \pm \frac{e}{\hbar c} A_\mu \quad ; \quad \psi \rightarrow e^{\frac{ie}{\hbar c} \phi} \psi \quad ; \quad A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \phi$$

où A_μ désigne le potentiel

Elle définit l'équation de Dirac pour l'électron :

$$\gamma_\mu \left(\partial_\mu \pm i \frac{e}{\hbar c} A_\mu \right) \psi + \frac{m_0 c}{\hbar} \psi = 0 \quad (2)$$

II- De l'équation de Dirac à l'équation du monopôle magnétique – Suite

- 2- La seconde est obtenue à partir de l'invariance $\psi \rightarrow e^{i\frac{e}{\hbar c}\gamma_5\theta} \psi$, dite chirale, pour l'équation de Dirac

$$\gamma_\mu \partial_\mu \psi = 0 \quad , \quad \text{avec} \quad m_0 = 0$$

En partant de cette deuxième jauge globale G. Lochak introduit une dérivée covariante et une jauge locale :

$$\nabla_\mu = \partial_\mu \pm i \frac{g}{\hbar c} \gamma_5 B_\mu \quad ; \quad \psi \rightarrow e^{i\frac{g}{\hbar c}\gamma_5\phi} \psi \quad ; \quad B_\mu \rightarrow B_\mu + i\partial_\mu\phi$$

et obtient ainsi l'équation :

$$\gamma_\mu \left(\partial_\mu \pm i \frac{g}{\hbar c} \gamma_5 B_\mu \right) \psi = 0 \quad (3)$$

Analogue magnétique de l'équation de Dirac, elle constitue l'équation du monopôle magnétique.

III- Courant électrique et courant magnétique

- L'opérateur de charge est défini par :

$$G = g\gamma_5$$

Où g est un scalaire qui représente la charge du monopôle.

- L'équation de Dirac pour l'électron assure la conservation du courant électrique vectoriel J_μ

$$J_\mu = i\bar{\psi}\gamma_\mu\psi \quad , \quad \partial_\mu J_\mu = 0$$

- De même l'équation du monopôle assure la conservation d'un courant magnétique pseudo-vectoriel Σ_μ

$$\Sigma_\mu = i\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi \quad , \quad \partial_\mu \Sigma_\mu = 0$$

- J_μ et Σ_μ sont liés entre eux par les relations :

$$J_\mu \Sigma_\mu = 0 \quad ; \quad -J_\mu J_\mu = \Sigma_\mu \Sigma_\mu = \Omega_1^2 + \Omega_2^2$$

$$\Omega_1 = \bar{\psi}\psi$$

(Invariant de Dirac)

$$\Omega_2 = -i\bar{\psi}\gamma_5\psi$$

(Pseudo invariant de Dirac)

IV- Les équations gauche et droite du monopôle

- La représentation de Weyl, définie par :

$$\psi \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (\gamma_4 + \gamma_5) \psi = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$$

diagonalise γ_5 et donc l'opérateur de charge G . ξ et η sont ainsi les états propres de G avec les valeurs propres g et $-g$ et l'équation du monopôle se scinde en deux équations, correspondant aux deux valeurs propres de G .

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \mathbf{s} \cdot \nabla - i \frac{g}{\hbar c} (W + \mathbf{s} \cdot \mathbf{B}) \right) \xi = 0$$

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{s} \cdot \nabla + i \frac{g}{\hbar c} (W + \mathbf{s} \cdot \mathbf{B}) \right) \eta = 0$$

\mathbf{s} : Matrices de Pauli ; $iB_\mu = \{ \mathbf{B}, iW \}$, où \mathbf{B} et W sont respectivement un pseudo-vecteur et un pseudo-scalaire dans $\circ 3$

IV- Les équations gauche et droite du monopôle – Suite

- Ces équations décrivent deux particules de charges conjuguées un monopôle et un anti-monopôle.
- Le système des deux équations se réduit à celui du neutrino si $g=0$.
- Les courants gauche et droit :

$$X_{\mu} = \left\{ \xi^{+} \xi, -\xi^{+} s \xi \right\} ; \quad Y_{\mu} = \left\{ \eta^{+} \eta, \eta s \eta \right\}$$

sont conservatifs $\partial_{\mu} X_{\mu} = 0$, $\partial_{\mu} Y_{\mu} = 0$ et ils sont isotropes, comme il est normal pour une particule sans masse.

- Les courants électrique et magnétique sont respectivement :

$$J_{\mu} = X_{\mu} + Y_{\mu} ; \quad \Sigma_{\mu} = X_{\mu} - Y_{\mu}$$

V- L'équation du monopôle est P, T, C invariante

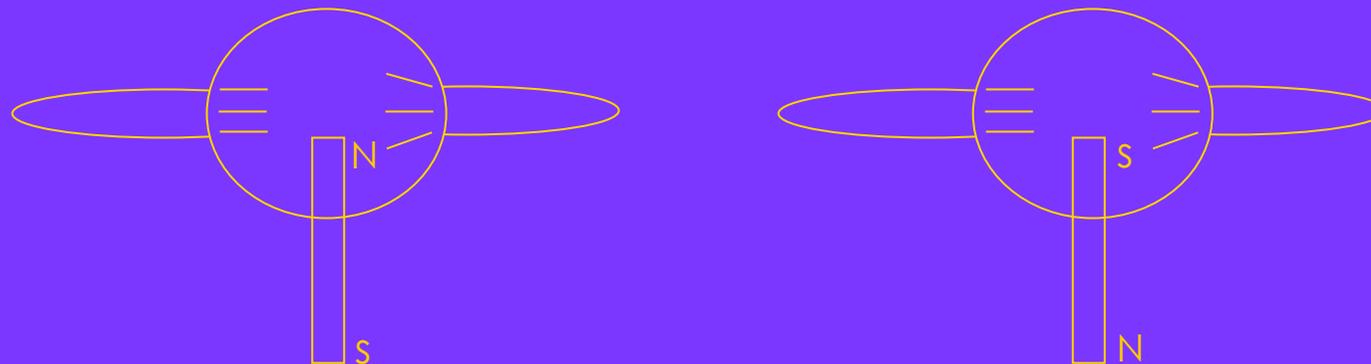
. Les symétries P, T, C des deux équations gauche et droite sont :

$$\begin{array}{l} \text{P:} \\ \\ \text{T:} \\ \\ \text{C:} \end{array} \quad \begin{array}{lll} g \rightarrow g & x_k \rightarrow -x_k & t \rightarrow t \\ B_k \rightarrow B_k & W \rightarrow -W & \xi \leftrightarrow \eta \\ g \rightarrow g & x_k \rightarrow x_k & t \rightarrow -t \\ B_k \rightarrow -B_k & W \rightarrow W & \xi \rightarrow s_2 \xi^* \quad \eta \rightarrow s_2 \eta \\ g \rightarrow g & \xi \rightarrow -is_2 \eta^* & \eta \rightarrow is_2 \xi^* \end{array}$$

En accord avec les lois de symétrie de Curie.

VI- Equation du Monopôle et effet Birkeland

- L'effet Birkeland consiste en ce qu'un pôle d'aimant (monopôle fixe) focalise les rayons cathodiques (électrons) dans un tube de Crookes. L'effet Birkeland est décrit par l'équation de Poincaré.



- Par symétrie, les monopôles doivent en faire autant dans un champ coulombien.

VI- Equation du Monopôle et effet Birkeland - Suite

- En effet, à l'approximation de l'optique géométrique ($\hbar \rightarrow 0$), on montre que l'une des deux équations (gauche ou droite) du monopôle magnétique dans un champ de coulomb, tend vers l'équation :

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\lambda \frac{1}{r^3} \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{r}$$

$$\lambda = \frac{egc}{E}$$

- Qui est l'équation de Poincaré avec un signe - (monopôle gauche), et où λ était égale à $\frac{eg}{mc}$ car l'impulsion était égale à $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. Ici

$$\mathbf{p} = \frac{E}{c^2} \mathbf{v}$$

et donc

$$\lambda = \frac{egc}{E}$$

- L'effet Birkeland est une preuve expérimentale de l'équation de Poincaré et par symétrie une preuve de l'existence des monopôles magnétiques

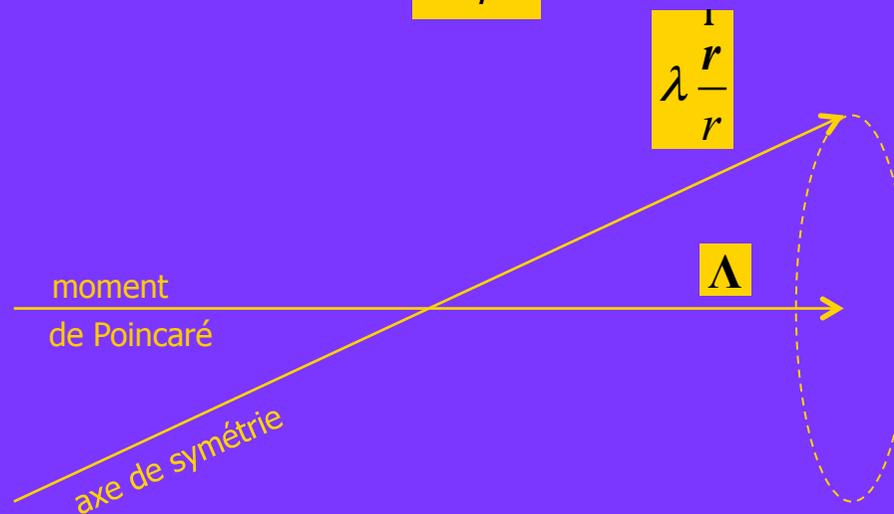
VII-Description quantique du monopôle dans un champ Coulombien et condition de Dirac

- Poincaré a montré que l'axe de symétrie \mathbf{r} qui passe par les deux charges électrique et magnétique décrit un cône autour du moment total de la quantité de mouvement $\mathbf{\Lambda}$

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \lambda \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (\text{moment de Poincaré})$$

$$\lambda \frac{\mathbf{r}}{r}$$

est le moment du champ



VII-Description quantique du monopôle dans un champ Coulombien et condition de Dirac - Suite

- Le traitement quantique de Λ et la recherche de ses états propres et valeurs propres permet de montrer la quantification du nombre de Dirac

$$D = \frac{eg}{hc}, \text{ On trouve :}$$

- $D = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 3, \dots = \frac{n}{2}$ qui est la condition de Dirac $\frac{eg}{hc} = \frac{n}{2}$

- Pour $D=0$, donc $g=0$, les équations du monopôle se réduisent aux équations du neutrino.

“ Le monopôle serait ainsi un état magnétiquement excité du neutrino β et il est, de ce fait, capable d'intervenir dans les interactions faibles et d'apparaître à la place du neutrino dans des désintégrations ou inversement de les engendrer.

VIII- Les effets physiques des monopôles magnétiques

- 1998 : Leonid Urutskoïev de l'Institut Kurtchatov ainsi qu'une équipe de Doubna comprenant entre autres V. Kouznestov, H. Rukhadze et N. Ivoïlov initient plusieurs expériences dont l'interprétation des résultats se base sur l'hypothèse de l'action des monopôles sur les interactions faibles.
- L'équipe Urutskoïev découvre une redistribution des isotopes dans les feuilles de titane, sous l'effet de décharges électriques (1ms, 5kV, 60kJ) en milieu liquide, ainsi que des transmutations nucléaires et cela sans présence de radioactivité.
- Ces transmutations à basse énergie s'accompagnent d'émission d'une importante quantité d'hydrogène.
- Le phénomène produit un "rayonnement étrange" qui, outre les raies spectrales des éléments créés, transporte des particules qui laissent des traces sur les émulsions photographiques et qui ne sont pas des charges électriques.
- Les particules du rayonnement étrange réagissent à un champ magnétique. Ainsi un champ de 20 oersteds appliqué à la source du rayonnement, transforme les traces en des sortes de "comètes".

VIII- Les effets physiques des monopôles magnétiques – Suite

- L'étude par effet Mössbauer de la raie γ du Fe^{57} , soumis au "rayonnement étrange" et à un pôle d'aimant (destiné à trier les "monopôles Nord ou Sud"), montre que la raie est nettement déplacée et que ce déplacement est dans l'autre sens lorsqu'on inverse le pôle d'aimant.
- Les effets induits par les monopôles disparaissent au bout de trois jours environ, durée de vie que la théorie ne sait pas prévoir.
- Urutskoiev a réalisé récemment une expérience montrant que les monopôles, à la suite de la décharge électrique, enflamment le nitrate d'Ammonium (NH_4NO_3) à plusieurs mètres de distance.
- Une équipe de biologistes de Chelyabinsk a montré que des souris, soumises au rayonnement "étrange" des monopôles, voient le nombre de leurs cellules dans la moelle osseuse augmenter par augmentation de la division cellulaire.
- Urutskoiev, dans les expériences de décharge électrique dans les feuilles de titane, place dans la solution des sels d'uranium (UO_2SO_4) et constate, après la décharge, que la proportion naturelle initiale des deux isotopes, ^{238}U et ^{235}U , a changée révélant un enrichissement de ^{235}U par rapport à ^{238}U .